

2.6 Schiefe Ebene

2.6.1 Schiefe Ebene ohne Reibung

Befindet sich ein Körper, z. B. eine Rolle, auf einer schiefen Ebene (**Bild 50/1**), dann kann man die Gewichtskraft \vec{F}_G in eine Komponente \vec{F}_H parallel zur schiefen Ebene und in eine Komponente \vec{F}_N senkrecht dazu zerlegen. Mit der Hangabtriebskraft \vec{F}_H strebt der Körper hangabwärts. Die Normalkraft \vec{F}_N drückt den Körper auf die schiefe Ebene.

$$\vec{F}_G = \vec{F}_H + \vec{F}_N$$

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha$$

$$F_N = F_G \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{\Delta h}{\Delta s}$$

F_G Gewichtskraft

F_H Hangabtriebskraft

F_N Normalkraft

α Neigungswinkel, Steigungswinkel

Δs Wegstrecke entlang der schiefen Ebene

Δh zu Δs gehörender Höhenunterschied

Beispiel: Ein Rohr mit der Gewichtskraft $F_G = 1 \text{ kN}$ liegt auf einer schiefen Ebene mit $\alpha = 30^\circ$. Wie groß ist die Hangabtriebskraft F_H ?

Lösung: $F_H = F_G \cdot \sin \alpha = 1 \text{ kN} \cdot \sin 30^\circ = 1 \text{ kN} \cdot 0,5 = 0,5 \text{ kN}$

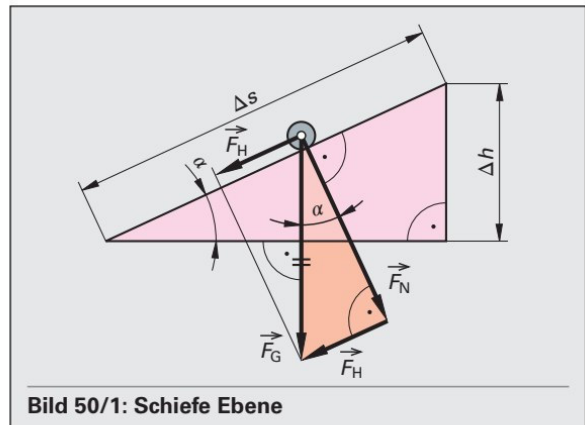


Bild 50/1: Schiefe Ebene

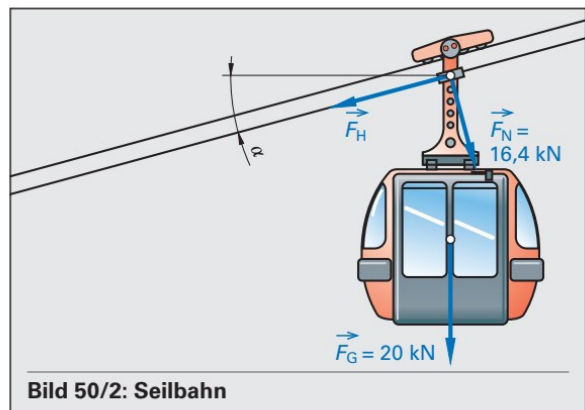


Bild 50/2: Seilbahn

Aufgaben zu 2.6.1

- Auf eine Rampe mit dem Neigungswinkel $\alpha = 35^\circ$ wird ein Teerfass gerollt, das die Gewichtskraft $F_G = 1,2 \text{ kN}$ hat. Bestimmen Sie
 - die Hangabtriebskraft F_H ,
 - die Normalkraft F_N des Teerfasses.
- Ein Bierfass mit der Gewichtskraft $F_G = 800 \text{ N}$ wird über eine schiefe Ebene verladen. Der Neigungswinkel beträgt 25° . Wie groß sind
 - die Hangabtriebskraft F_H ,
 - die Normalkraft F_N des Fasses?
- An einem Pkw mit der Gewichtskraft $F_G = 8,5 \text{ kN}$ wirkt auf einer Steigung die Hangabtriebskraft $F_H = 1,33 \text{ kN}$. Ermitteln Sie
 - den Neigungswinkel α der Straße,
 - die Normalkraft F_N , mit der das Auto auf die Straße drückt.
- Bestimmen Sie für die Seilbahn nach **Bild 50/2**
 - den Neigungswinkel α des Tragseils zur Waagrechten,
 - die Hangabtriebskraft F_H der Gondel, die das Zugseil bei gleichmäßiger Fahrt aufbringen muss (Reibung bleibt unberücksichtigt).
- Eine Lokomotive mit der Masse $m = 200 \text{ Mg}$ gewinnt auf der Wegstrecke von 100 m gleichmäßig die Höhe von 5 m . Berechnen Sie
 - die Gewichtskraft F_G ,
 - die Hangabtriebskraft F_H der Lokomotive.
 Hinweise: $g \approx 10 \text{ N/kg}$. Für kleine Winkel α ist $\sin \alpha \approx \alpha \text{ rad}$ ($\pi \text{ rad} = 180^\circ$).
- Ein Lkw mit der Masse $m = 15 \text{ Mg}$ hat auf einer geneigten Straße die Hangabtriebskraft $F_H = 7,85 \text{ kN}$. Berechnen Sie
 - die Gewichtskraft des Lkw,
 - den Steigungswinkel α .
 Hinweise: $g \approx 10 \text{ N/kg}$. Für $\alpha < 6^\circ$ ist $\sin \alpha \approx \alpha \text{ rad}$ ($\pi \text{ rad} = 180^\circ$).
- Rohre sollen über eine schiefe Ebene auf die $\Delta h = 1,4 \text{ m}$ hohe Pritsche eines Lkw gerollt werden. Auf ein 500 N schweres Rohr wirkt die Hangabtriebskraft 200 N . Berechnen Sie
 - den Neigungswinkel α ,
 - die Länge Δs der schiefen Ebene,
 - die Normalkraft eines Rohres.

$$49/16. W_{ab} = W_1 + W_2 = 100 \text{ kW} \cdot 3 \text{ h} + 20 \text{ kW} \cdot 6 \text{ h} = 420 \text{ kWh}$$

$$W_{zu} = W_1 + W_2 = \frac{100 \text{ kW} \cdot 3 \text{ h}}{0,6} + \frac{20 \text{ kW} \cdot 6 \text{ h}}{0,4} = 800 \text{ kWh}$$

$$\eta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} = \frac{420 \text{ kWh}}{800 \text{ kWh}} = 0,525$$

$$49/17. P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta_1 \cdot \eta_2} = \frac{M \cdot \omega}{\eta_1 \cdot \eta_2} = \frac{600 \text{ N} \cdot 0,09 \text{ m} \cdot 2 \pi \cdot 200 \cdot 1/\text{min}}{0,9 \cdot 0,8} = 94248 \frac{\text{Nm}}{\text{min}} = 1570 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1,57 \text{ kW}$$

$$49/18. P_{ab \text{ Motor}} = P_{zu \text{ Getriebe}} = \frac{P}{\eta} = \frac{1}{\eta} \cdot F_s \cdot v = \frac{1}{\eta} \cdot m \cdot g \cdot \mu \cdot v \approx$$

$$\approx \frac{1}{0,92} \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 0,005 \cdot \frac{40 \text{ km}}{\text{h}} = 603,9 \text{ kW}$$

49/p1. ⑤

49/p2. ③

49/p3. ④

49/p4. ④

49/p5. ②

2.6 Schiefe Ebene

Lösungen zu 2.6.1 Schiefe Ebene ohne Reibung

$$50/1. \text{ a) } F_H = F_G \cdot \sin \alpha = 1,2 \text{ kN} \cdot \sin 35^\circ = 1,2 \text{ kN} \cdot 0,574 = 0,689 \text{ kN}$$

$$\text{ b) } F_N = F_G \cdot \cos \alpha = 1,2 \text{ kN} \cdot \cos 35^\circ = 1,2 \text{ kN} \cdot 0,819 = 0,983 \text{ kN}$$

$$50/2. \text{ a) } F_H = F_G \cdot \sin \alpha = 800 \text{ N} \cdot \sin 25^\circ = 800 \text{ N} \cdot 0,4226 = 338,1 \text{ N}$$

$$\text{ b) } F_N = F_G \cdot \cos \alpha = 800 \text{ N} \cdot \cos 25^\circ = 800 \text{ N} \cdot 0,9063 = 725 \text{ N}$$

$$50/3. \text{ a) } F_H = F_G \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F_H}{F_G} = \frac{1,33 \text{ kN}}{8,5 \text{ kN}} = 0,1565 \Rightarrow \alpha = 9^\circ$$

$$\text{ b) } F_N = F_G \cdot \cos \alpha = 8,5 \text{ kN} \cdot \cos 9^\circ = 8,5 \text{ kN} \cdot 0,9877 = 8,396 \text{ kN}$$

$$50/4. \text{ a) } F_N = F_G \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{F_N}{F_G} = \frac{16,4 \text{ kN}}{20 \text{ kN}} = 0,82 \Rightarrow \alpha = 34,9^\circ$$

$$\text{ b) } F_H = F_G \cdot \sin \alpha = 20 \text{ kN} \cdot \sin 34,9^\circ = 20 \text{ kN} \cdot 0,572 = 11,44 \text{ kN}$$

$$50/5. \text{ a) } F_G = m \cdot g \approx 200 \text{ Mg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 200 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 2 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$\text{ b) } \sin \alpha = \frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{5 \text{ m}}{100 \text{ m}} = 0,05; \quad F_H = F_G \cdot \sin \alpha = 2 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot 0,05 = 100 \text{ kN}$$

$$50/6. \text{ a) } F_G = m \cdot g \approx 15 \text{ Mg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 150 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 150 \text{ kN}$$

$$\text{ b) } F_H = F_G \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F_H}{F_G} = \frac{7,85 \text{ kN}}{150 \text{ kN}} = 0,0523 \Rightarrow \alpha = 3^\circ$$

$$50/7. \text{ a) } F_H = F_G \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F_H}{F_G} = \frac{200 \text{ N}}{500 \text{ N}} = 0,4 \Rightarrow \alpha = 23,58^\circ$$

$$\text{ b) } \sin \alpha = \frac{\Delta h}{\Delta s} \Rightarrow \Delta s = \frac{\Delta h}{\sin \alpha} = \frac{1,4 \text{ m}}{0,4} = 3,5 \text{ m}$$

$$\text{ c) } F_N = F_G \cdot \cos \alpha = 458 \text{ N}$$